

LOGIQUE  
LA  
DECONFINÉE

JEAN-YVES GIRARD

## 1 – LA PRÉGNANCE DES IDÉES MORTES

- Les idéologies *survivent* à leur déconfiture.

**Soldat du Pacifique** : se bat *quand même* alors que la guerre est perdue.

**Abeille** : referme *quand même* l'alvéole détériorée.

**Besoin** de croire plus fort que celui de vérité.

- *Le trésor de la Sierra Madre*, John Huston, 1948.

**Monstre de Gila** : mord *quand même* alors que sa tête est coupée...







Tim Holt : If you cut them in two the head wil still hang on till sundown.  
By that time the victim does not usually care because he's dead anyway.

## 1 – LA PRÉGNANCE DES IDÉES MORTES

- Les idéologies *survivent* à leur déconfiture.  
**Bon soldat** : se bat *quand même* alors que la guerre est perdue.  
**Abeille** : referme *quand même* l'alvéole détériorée.  
**Besoin** de croire plus fort que celui de vérité.
- *Le trésor de la Sierra Madre*, John Huston, 1948.  
**Monstre de Gila** : mord *quand même* alors que sa tête est coupée...  
... Et que l'homme est mort.
- *Scientisme* 1900 (à peu près tout le monde, sauf Brouwer).  
**Apodictique** : roc dur sur lequel tout repose.
- Gödel 1931 (*incomplétude*) : pas d'apodictique.
- Le scientisme mord toujours, il ne lâche *jamais* le morceau.  
**Quand même** : « démonstrations » de consistance au statut douteux.  
**Insiste** sur des partis pris (logique classique).  
**Obsolètes** : à cause de l'effondrement de la « solution finale. »

## 2 – LA PYRAMIDE DE PONZI ALIAS MÉTA

- **Barbari** :  $\forall \Rightarrow \exists$ .  
**Erreur** car complique tout : deux sortes de variables *eigen* et *Kijé*.  
**Réalisme** : le langage reproduit le réel.  
**Al Capone** : tue le témoin gênant, le modèle vide.
- **Kant** : cette « *réalité* » est gérée à travers un langage.  
**Syntaxe/sémantique** : c'est langage/langage.  
**La réalité** est mon *méta*, isomorphe un cran en-dessous.  
**Réalité au second cran** : méta-méta (*The matrix, eXistenZ, Simulacron 3*).  
**Marrant** (comme Sherlock Holmes, Dracula), mais superficiel.
- **Ponzi** intellectuel : niveaux isomorphes, *aucun* ne paye.  
**Broccoli** : logiques « *philosophiques* » ; nulles *car* trop profondes.  
**Et aussi...** d'un réalisme de charbonnier : « *logique* » déontique.
- Relation à la réalité, qui existe mais est l'objet d'une *construction*.  
**Bœuf** créé pour tirer la charrue ? *Pare-brise* pour retenir l'essuie-glace ?  
**Dénotation** (référence réaliste) : précieuse fiction qui n'explique rien.

### 3 – LE SYSTÈME OU BUNKER

- Créé en temps de *pandémie* : la crise des fondements (Burali-Forti, 1897).  
**Confinement** : dans des systèmes sectaires, fermés.  
**Sûreté avant tout** : néglige les erreurs sans danger ( $\forall \Rightarrow \exists$ ).  
**Confond** logique et axiomatique, toutes deux indiscutables.  
**L'une** va de soi, l'autre relève de l'autorité prussienne.
- *Pis-aller* d'époque deviennent la norme logique.  
**Individus logiques** : entités à part, tombées du Ciel.  
**Propriétés** : ils en ont comme les tortues ont des carapaces.  
**Égalité** : massacrée par l'approche, n'existe qu'au niveau *axiomatique*.  
**Second ordre** (Leibniz) :  $\forall X (X(t) \Rightarrow X(u))$
- Ne fonctionne pas :  $t$  est à gauche de  $u$  !  
**Limitation** : propriétés « *sémantiques* », i.e., compatibles avec l'égalité.  
**Aporie** évitée en se restreignant aux propriétés données par un *système*.
- *Enfermement* dans une réalité sectaire gérée par calamiteuse *consistance*.  
 $\mathbb{T}$  et  $\mathbb{U}$  consistants, mais  $\mathbb{T} + \mathbb{U}$  inconsistent.

## 4 – LE DÉCONFINEMENT

- **Système logique** : *oxymore* (comme axiome logique, etc.)  
**Logique** : universelle, permanente.  
**Système** : contingent, impermanent, arbitraire.
- Compris très tôt ( $\sim$  1930), mais *massacré* par le Monstre.  
**BHK** : les preuves comme *fonctions*. Pas de système là-dedans.  
**Preuve** de  $A \Rightarrow B$  : fonction *preuves de A*  $\rightsquigarrow$  *preuves de B*.  
**Gentzen** : sous-formules de  $A$  suffisantes pour prouver  $A$ . Reste inutile.
- Déconfinement de l'*égalité*.  
**Individus** = propositions, égalité = équivalence (linéaire).  
**Linéarité** : évite tiers exclu  $A \equiv B \vee B \equiv C \vee C \equiv A$
- Réalisme axiomatique : impossible, car pas *classique*.  
**Fondement apodictique** serait classique : le Monstre mord encore !  
**Discutable** : le classique est logiquement faux (contingent, axiomatique).  
**Utile** en mathématiques et pour Don Vito Corleone ( $\neg\neg A \Rightarrow A$ ).

## 5 – $A \Rightarrow A$ , POURQUOI ? (1)

- Pourquoi  $A \Rightarrow A$ ? Question très profonde.  
**La bande des 4 (Frege, Russell, Quine et Tarski)** : car c'est vrai, crétin !  
**Tarski** :  $A \Rightarrow A$  est vrai car ( $A$  est vrai) *implique* ( $A$  est vrai).  
**Broccoli** :  $A \clubsuit B$  est vrai quand ( $A$  est vrai) méta- $\clubsuit$  ( $B$  est vrai).
- **Option 1** : snobisme, les nouveaux habits de l'Empereur.  
**Option 2** : lapalissade, vertu dormitive, c'est idiot, mais hélas correct.  
**Coupure** : l'autre forme de «  $A$  est  $A$  » pas expliquée.
- **Option 3** : déréalisme (hors Objet/Sujet), idiot et faux !  
**Vérité** s'applique aux preuves, pas à ce qu'elles prouvent.  
**Tout** est prouvable, mais certaines preuves sont invisibles (fausses).  
**Preuves cachées** : font fonctionner la logique, comme `.emacs`.
- Invariant d'Euler-Poincaré de  $\llbracket t_1, \dots, t_k, u_1, \dots, u_\ell \rrbracket$   
**Objectif** : si  $\ell = 0$ , alors  $|\llbracket t_1, \dots, t_k \rrbracket| = 2 - k$ .  
**Subjectif** : si  $\ell \neq 0$ , alors  $|\llbracket t_1, \dots, t_k, u_1, \dots, u_\ell \rrbracket| = -k$ .  
**Visibilité** :  $\mathcal{P}$  est vraie quand  $|\mathcal{P}| \geq 0$ .

## 6 – LES ENTIERS NATURELS

- Constantes multiplicatives  $1, \perp$  illusion essentialiste (*catégories*).  
**Ne fonctionnent pas** : pas de critère de correction, donc impossibles.  
**Vraies constantes** :  $\neg, \exists$  (katakanas *fu* et *wo*).  
**Atomes**  $\neg$  objectif,  $\exists$  subjectif ; auto-duaux :  $\neg = \neg^\perp, \exists = \exists^\perp$ .  
**Absurdité** :  $0 := !(\neg \exists \neg) \otimes \exists$ .
- Déconfiner l'*arithmétique* de Peano.  
**Second ordre** : multiplication et récurrence à la *Dedekind*  

$$x \in \mathbb{N} := \forall X (\forall y (X(y) \multimap X(y + \bar{1})) \Rightarrow (X(\bar{0}) \multimap X(x)))$$
**Individus** :  $\bar{1} := \neg, x + y := x \otimes y, x - y := y \multimap x$ .  
**Axiomes 3 et 4** : e.g.,  $x + \bar{1} \equiv y + \bar{1} \multimap x \equiv y$  prouvables.
- Fonctionne grâce à la vérité *déréaliste*.  
**Vrai et faux** :  $\bar{1} := \neg$  vrai,  $\overline{\bar{1}} := \neg \exists \neg \exists \neg$  faux...  
**Mais** :  $\bar{1} + \overline{\bar{1}} \equiv \bar{0} (\equiv \neg \exists \neg)$  vrai.  
**Contredit** pléonasme tarskiste.  
**Et...** toute table de vérité.

## 7 – $A \Rightarrow A$ , POURQUOI ? (2)

- Revenir à **BHK**, les preuves comme fonctions.

$A \Rightarrow A$  car fonction identique  $\mathcal{I}$  de  $A$  dans  $A$ .

**Existentialisme** à la Curry, les preuves d'abord, la logique ensuite.

$\neq$  **Essentialisme** à la Church, les preuves comme **morphismes**.

- **Orthogonalité** comme forme stable de la fonctionnalité.

$$\mathcal{F}(A) \perp B \quad \text{ssi} \quad \mathcal{F} \perp A \otimes B$$

**Dessein** : preuve délogicalisée (ne sait pas ce qu'elle prouve).

**Comportement** : ensemble de desseins égal à son bi-orthogonal.

**Invisibilité** : l'orthogonalité a horreur du vide.

- Point de vue de l'**usage** (synthétique a priori, coupure).

**Justification** : comment sait-on ?

**Méta-preuve** : une fonction et une preuve que la fonction en est bien une !

**Kreisel** : se termine discussions sectaires et stériles.

- Niveau de la justification synthétique a posteriori, sans coupure, l'**usine**.

**Non isomorphe** : ni Ponzi, ni métastase à la Lewis Carroll.

## 8 – THÉORIE DES ENSEMBLES

- Question fondamentale :  $\mathcal{P} \in \mathbb{A}$ , *pourquoi ?*  
**C'est vrai** :  $\forall Q \in \mathbb{A}^\perp \mathcal{P} \perp Q$   
**ZF** le démontre d'ailleurs.
- **Monstre** : « – *Quelle horreur, il utilise ZF !* »  
**Interdiction** de se servir d'un système qui aurait besoin de sa fondation !  
**Fondations à l'ancienne** : consistance de ZF.  
**Échec total** : seulement des consistances relatives (AC).  
**Projet mort** toujours prégnant.
- D'autre part, système *consensuel* : les mathématiques s'y écrivent.  
**Exception** : la Théorie des Ensembles elle-même.  
**Taillé très large** : on n'en voit pas les bornes.
- Produit une forme de *certitude* raisonnable.  
 $\neq$  **Absolue** : apodictique, impossible sauf *analytique* non prédictif.  
 $\neq$  **Douteuse** : religion, politique, chloroquine, Lourdes, etc.

## 9 – DES SYSTÈMES

- **Systemes fermés** : sectes, religions, *axiomatiques*.  
**Ouverture** de la logique comme signe d'universalité.  
 $\neq$  **Logical frameworks** : lieux de confinement avec chambres étanches.
- Idée de module, comme en  $\text{\LaTeX}$ :  $\text{\usepackage}$ .  
**Cohérence** automatique s'ils viennent de comportements.
- Le second ordre (système  $\mathbb{F}$ ) est *déréaliste*.  
**Quantifie** sur les comportements.  
**Fatwa de Quine** : remplacer par schémas d'axiomes (= méta-axiomes).  
**Schéma d'égalité** :  $t = u \wedge A[t/x] \Rightarrow A[u/x]$ .
- Difficulté avec existence : passage de  $A[T/X]$  à  $\exists X A$ .  
**Témoin**  $T$  correspond à un comportement  $\mathbb{T}$  et sa négation  $\mathbb{T}^\perp$ .  
**Infinis** : aporie du déréalisme, les dessins sont strictement finis.  
**Eureka** : témoin réduit à un élément de  $\mathbb{T}$  (et un de  $\mathbb{T}^\perp$ ).  
**Perte** d'information logique. Mais une aporie est une aporie.  
**Candidats de réductibilité (1970)** : plusieurs comp. pour même « type ».

## 10 – $A \Rightarrow A$ , POURQUOI ? (3)

- Herbrand (1931) sort des systèmes grâce aux *tests*.

**Quantification** :  $\forall x \exists y \neq \exists y \forall x$  car

**Dépendance** : un  $y$  dépend de  $x$ , l'autre pas (sémantique).

**Militarisme** : les règles ne sont pas dans le bon ordre.

**Herbrand** tester  $\exists y \forall x$  *contre*  $\forall y \exists x$ , i.e., en faisant  $x := f(y)$ .

- *Réseaux de démonstration* : généralisation des tests au premier ordre.

**Finitude** : existence d'un *préorthogonal* fini.

**Incomplétude** : pas de préorthogonal fini au second ordre (arithmétique).

**Eureka** : tests *suffisants*, i.e., pas dans  $A^\perp$ .

- $\mathcal{I} \in A \multimap A$  testé par trois cas :

$$A = \top \quad A^\perp = \top$$

$$A = \top \otimes \top \quad A^\perp = \top \wp \top$$

$$A = \top \wp \top \quad A^\perp = \top \otimes \top$$

- Les autres éléments de  $A \multimap A$  *échouent* au test.

## 11 – LES DEUX TRINITÉS

- Trinité *réaliste axiomatique* : chaises musicales du champ/contrechamp.  
**Syntaxe** : le langage, axiomatique, i.e., enfermé dans un bocal.  
**Sémantique** : sa justification réaliste, la syntaxe reproduit le réel.  
**Méta** : un changement de graisse typographique.  
**Incapacité** à expliquer la coupure.
- Trinité *déréaliste* : deux finitismes reliés par l'infini.  
**Usage (BHK)** : Curry basé sur la coupure, « *meaning is use.* »  
**Usine (Herbrand)** : Church sans coupure. Déconfiné, *type = test.*  
**Adéquation (Gentzen)** : preuve *ensembliste* d'élimination des coupures.
- Lewis Carroll (1893) qui fut plus qu'un « *pédophile victorien* ».  
**Achille** : logique d'usage, avec coupures.  
**Tortue** : logique d'usine, sans coupures.  
**Méta** : postule l'équivalence entre les deux niveaux.  
**Zénon** : pour un analogue raté du plus célèbre des paradoxes.  
**Coupure** mise sous la méta-méta-méta-carpette : Achille s'éloigne !